

Kriterien zur Einschätzung und Auswahl von Materialien und Lehrmitteln für den Mathematikunterricht

In den letzten Jahren sind viele Lehrmittel und Lernmaterialien – insbesondere für die Schuleingangsstufe – veröffentlicht worden.

Das Fachteam Mathematik Primarstufe des Instituts für Weiterbildung wird häufig auf Qualität und Einsatz neuer Lehrmittel und Lernmaterialien angesprochen. Deshalb hat es die folgenden Kriterien zu deren Einschätzung zusammengestellt. Dabei orientiert sich das Fachteam Mathematik Primarstufe am Mathematiklehrplan für die Volksschule des Kantons Bern und an aktuellen fachdidaktischen Kenntnissen.

Lehrmittelkriterien

- Die im Lehrmittel aufgenommenen Inhalte, sowie die mathematischen Grundideen und die Ausrichtung des Unterrichts stimmen im hohen Masse mit dem Lehrplan überein.
- Die Festigung der grundlegenden Fertigkeiten hat einen hohen Stellenwert (Zahlbegriffserwerb, Zählkompetenz, Orientierung im Zahlenraum, Operationsverständnis, Mathematisieren).
- Für die Entwicklung und Festigung des Zahlbegriffs und bei der Erweiterung des Zahlenraumes werden die Zählzahl (ordinal) und der Anzahlaspekt (kardinal) berücksichtigt und mathematisch korrekt eingesetzt (ordinal → Anordnung der Zahlen, Orientierungsübungen; kardinal → Mengen- aspekt, Operationen).
- Das Lehrmittel bietet anstelle von konventionellen Sätzlirechnungen spannende Sachaufgaben an, welche eine Auseinandersetzung mit dem mathematischen *und* dem Sachinhalt erfordern.
- Das Lehrmittel unterstützt den Umgang mit den unterschiedlichen Voraussetzungen, Darstellungsweisen und Denkwegen der Schülerinnen und Schüler. Individuelle Lösungswege werden gefördert. Es lässt einen differenzierenden Unterricht zu und ermöglicht eine Bearbeitung der Themen auf verschiedenen Anforderungsniveaus (Hinweise zur Vereinfachung, weiterführende bzw. herausfordernde Aufgaben für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler).
- Das Lehrmittel enthält Aufgabenstellungen, die Eigenaktivitäten ermöglichen und zu weiterführenden mathematischen Entdeckungen anregen.
- Das Üben ist verstehens- und fertigkeitenorientiert. Vor dem Automatisieren der Fertigkeiten werden Einsichten vertieft und die Fähigkeiten gefördert, das neue Wissen in unterschiedlichen Kontexten anzuwenden.
- Die Anschauungs- und Darstellungsmittel sind über die verschiedenen Schuljahre konzeptionell aufeinander abgestimmt (z.B. 20er-Feld → 100er-Feld).
- Da jedes Anschauungs- und Darstellungsmittel zusätzlicher Lernstoff ist, werden diese sparsam und mit Bezug auf die Repräsentation der zentralen mathematischen Inhalte verwendet. Bei Einführungs- und ersten Übungsseiten wird auf stark formale Darstellungen wie Operatorpfeile verzichtet und ablenkende bildliche Darstellungen (Blumen, Schlangen, Türme zum Hineinschreiben etc.) werden weggelassen. Darstellungsformen werden wiederholt verwendet.
- Wesentliche Veranschaulichungen und Handlungsmaterialien sind vorhanden. Das unterstützende Material wird mathematisch korrekt verwendet. Als Unterstützung zum Rechnen sollten vor allem strukturierte Mengendarstellungen angeboten werden (z.B. Punktfelder mit deutlicher Fünfer- und Zehnerstruktur). Lineare Darstellungen dienen der Orientierung im Zahlenraum, verleiten aber zu zählendem Rechnen, ebenso Darstellungen mit eingedruckten Zahlen (Zahlenreihe, Hundertertafel).

Materialkriterien zur Entwicklung des Zahlbegriffs und zur Zahlenraumerweiterung

- Das Lehrmittel orientiert sich an Materialien, die folgende Fähigkeiten fördern/ermöglichen:
 - Mengen quasi-simultan erfassen (Materialien weisen klare 5er- und 10er-Strukturierung auf)
 - Zahlvorstellungen und innere Bilder aufbauen
 - elementare operative Handlungen vornehmen (Grundoperationen, Verdoppeln/Halbieren, Zerlegen)
 - Zusammenhang zwischen Handlung, Bild, Symbol herstellen und erkennen (Bsp. *Handlung*: am 20er-Feld addieren durch Legen des ersten Summanden und Dazulegen des zweiten Summanden mit Wendeplättchen; *Bild*: beide Summanden mit zwei verschiedenen Farben im vorgedruckten 20er-Feld ausmalen; *Symbol*: die Mengen der beiden Summanden zählen, als Plusrechnung aufschreiben)
 - sich vom zählenden Rechnen lösen
- Die Materialien für den kleinen Zahlenraum lassen sich strukturgleich in grössere Zahlenräume erweitern (z.B. 20er-Feld → 100er-Feld → 1000er-Feld).
- Sie sind einfach und von den Schülerinnen und Schülern eigenständig handhabbar.

Zahlenraum bis 20

- Einsatz von unstrukturierten und halbstrukturierten Materialien
(Zur Struktur der Materialien siehe unten „Typen von Arbeitsmitteln“)

Zahlenraum bis 100

- Einsatz von halbstrukturierten Materialien

Zahlenraum ab 100

- Einsatz von Materialien, die nach Zehnern strukturiert sind (Kategorien des Dezimalsystems)

Typen von Arbeitsmitteln

(vgl. Radatz et al., 1996, S. 35ff)

Unstrukturierte Materialien (Zahlenraum bis 10)

zeichnen sich aus durch Merkmalsarmut. Es sind lose Elemente, mit denen einzeln gehandelt werden kann.

Beispiele: Nüsse, Steine, Plättchen, Murmeln, etc.

Vorteile: Sie eignen sich für die flexible Darstellung von kleinen Mengen. Es können verschiedene Gruppierungen vorgenommen werden. Sie lassen sich einfach zeichnen.

Nachteile: Grössere Mengen müssen abgezählt werden. Bei Operationen muss immer wieder gezählt werden, was zählendes Rechnen verfestigt. Nicht geeignet für den Zahlenraum ab 10!

Strukturierte Materialien

Zahlen werden nicht durch einzelne Elemente dargestellt, sondern durch eine Zusammenfassung der Elemente zu grösseren Einheiten.

Beispiele: Cuisenaire (= farbige Hölzchen), Geld, Mengestreifen

Vorteile: Menge (auch über 5) wird rasch erkannt. Zählendes Rechnen kann vermieden werden.

Nachteile: Flexible Zerlegung ist nur durch aufwändiges Umtauschen möglich. Für grössere Zahlenräume wird zusätzliches Material notwendig. Ohne klare Zehnerstruktur ungeeignet!

Strukturierte Materialien mit Zehnerstruktur (Zahlenraum ab 100)

Die einzelnen Elemente entsprechen den Kategorien der Stellenwerte.

Beispiele: Dienes-Mengenmaterial (Würfel, Stangen, Platten), Markenspiel (farbige Einer-, Zehner-, Hunderter-, Tausenderplättchen), Montessori-Perlenmaterial

Vorteile: Sind bis in grosse Zahlenräume erweiterbar und verdeutlichen das Prinzip des Dezimalsystems. Sie machen die Kategorienwechsel (10 Einer = 1 Zehner; 1 Hunderter = 10 Zehner) einsichtig und eignen sich für grössere Operationen.

Nachteile: Das Umtauschen von einer Zehnerstruktur in die andere ist aufwändig. Für Operationen in kleinen Zahlenräumen nur bedingt geeignet. Sie erfordern das Einhalten von klaren Regeln zur Anordnung, damit die Übersicht erhalten bleibt.

Mischformen bzw. halbstrukturierte Materialien (Zahlenraum bis 100)

sind strukturierte Materialien mit einer deutlichen Fünfer-/Zehnerstruktur, bei denen jedoch auch mit einzelnen Elementen operiert werden kann.

Beispiele: Hunderterrahmen, Zwanzigerbrett, Rechenschiffchen

Vorteile: Mengen können dargestellt und rasch erkannt werden. Flexibles Operieren mit Einzelelementen ist möglich. Zahlenraumerweiterung ist ohne Umlernen auf neues Material möglich.

Nachteile: Sie sind meist für den Zahlenraum bis 100 konzipiert. Zur Veranschaulichung grösserer Zahlenräume ist viel Material und Raum notwendig. Für grössere Operationen wird die Handhabung umständlich und das Erfassen auf einen Blick erschwert.

Mischformen mit Einschränkungen (Zahlenraum bis 100)

Die Einzelelemente sind fixiert, so dass nicht völlig flexibel mit ihnen gehandelt werden kann.

Beispiele: Zählrahmen, Abaco, Hunderterkette

Vorteile: Einzelelemente gehen nicht verloren.

Nachteile: Die Operationen sind nicht so deutlich bzw. nur eingeschränkt handelbar (Addition: dazu geben; Subtraktion: wegnehmen; Multiplikation: wiederholt anordnen; Division: verteilen oder aufteilen). Mit den Einzelelementen können keine flexiblen Anordnungen gemacht werden.

Literaturhinweise

- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2001). Einführung in die Mathematikdidaktik. Mathematik Primar- und Sekundarstufe. Spektrum
- Radatz, H. et al. (1996). Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Anregungen für die Unterrichtspraxis. Schroedel
- Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2008). Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 2. Klett
- Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2008). Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3. Klett
- Schipper, W. (1996). Arbeitsmittel für den arithmetischen Anfangsunterricht. Grundschulzeitschrift 96, S. 26, 39-41