

# Vorstellungsvermögen



**Vorstellungsvermögen meint die Fähigkeit, Denkvorgänge mit inneren Bildern unterstützen zu können.**

## **Was ist Vorstellungsvermögen?**

Mathematisches Denken beruht auf sicheren Vorstellungen

- von Zahlen in einem strukturierten Zahlenraum
- von geometrischen Figuren und ihren Veränderungen
- von Grössen (Massen) und ihren Beziehungen untereinander
- von mathematischen Zusammenhängen und Operationen

An inneren (mentalen) Bildern können mathematische Operationen in der Vorstellung ausgeführt und die Ergebnisse "abgelesen" werden.

## Zusammenhänge

Vorstellungen sind eng verbunden mit Kenntnissen und Fertigkeiten. So muss ein Kind z.B. zum Ausführen der Grundoperationen über eine gute Vorstellung des Zahlenraums verfügen. Es muss aber auch wissen, auf welche Art die Zahlen bei der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division miteinander verknüpft werden. Weiter muss es die Operationsschritte ausführen und mit den entsprechenden Zeichen darstellen können.

Fehler wie die folgenden können ihre Ursache in all diesen Bereichen haben:

$$25 - 8 = 18$$

$$1/3 + 1/4 = 2/7$$

Für die Lernberatung ist es deshalb wichtig zu wissen, ob die Fehlleistung auf mangelndem Vorstellungsvermögen oder auf fehlenden Kenntnissen und Fertigkeiten beruht.

## Vorstellungen aufbauen

Kinder bauen mathematische Vorstellungen auf in der Auseinandersetzung mit Anschauungs- und Arbeitsmitteln. Diese sollen so gewählt sein, dass sie mathematische Grundideen möglichst gut verkörpern.

Beispiele:

<u>Grundidee</u>	<u>Veranschaulichung</u>
Zahlen	Plättchen im Zwanzigerfeld
Hunderterraum	Hundertpunktefeld, Zahlenstrahl
Zehnersystem	Stellentafel
Bruchzahlen	Kreissegmente

Kinder müssen sich intensiv mit diesen Materialien auseinandersetzen, damit die Veranschaulichungen in verinnerlichte Vorstellungen übergehen. An diesen mentalen Bildern können mathematische Operationen in der Vorstellung ausgeführt und die Ergebnisse "abgelesen" werden.

Dieser Aufbau braucht Zeit. Gerade deshalb ist es wichtig, dass Kinder sich über weite Strecken auf das Material stützen können. Jedes Kind löst sich in dem Masse dort von den Stützen, wo es sie nicht mehr benötigt. Es kann aber jederzeit zu ihnen zurückkehren, wenn es hilfreich erscheint. Eine zu frühe Fixierung auf die symbolische Darstellung ohne stützendes Material kann sich auf den Ausbau von Vorstellungen schädlich auswirken.

## Komplexität von Vorstellungen

Das Bilden von Vorstellungen ist nicht nur ein einfaches Abspeichern des Abbildes von Anschauungsmitteln. Die Anforderungen sind viel umfassender. Dazu ein Beispiel:

Die Hunderter-Tafel (die ersten hundert Zahlen in Zehnerreihen angeordnet) verkörpert in prägnanter Weise die Struktur unseres Zahlensystems. Das konkrete Modell der Hundertertafel muss zu einem mentalen Modell, zu einer "Hunderter-Tafel im Kopf" werden. Diese darf man sich nun nicht als eine Kopie des konkreten Materials vorstellen. Sie ist vielmehr das verinnerlichte Wissen über die strukturellen Eigenschaften der Zahlen bis 100, insbesondere das Wissen über Stellenwerte, Nachbarschaftsbeziehungen, über Zehnernachbarschaften und über Analogien (Radatz et. al 1998). Von daher sollte man sich nicht von (noch vordergründigen) "Lernerfolgen" blenden lassen. Der zu frühe Verzicht auf den Einsatz von Anschauungsmitteln, um damit (vermeintlich) Zeit sparen zu wollen, untergräbt den Aufbau langfristig tragfähiger und flexibler Rechenstrategien und -fertigkeiten.

## Beurteilung des Vorstellungsvermögens

Das Vorstellungsvermögen kann anhand von Skizzen und mündlichen Beschreibungen beurteilt werden.

Dabei ist zu beachten:

1. Vorstellungen beinhalten komplexe Zusammenhänge, die die Lehrperson in Schülerprodukten nicht unbedingt erkennen kann (vgl. oben: Komplexität von Vorstellungen).
2. Anschauungsmittel sprechen nicht für sich selbst: Was ein Kind in einer bestimmten Darstellung erkennt oder zum Ausdruck bringt, kann abweichen von dem, was die Lehrperson darin sieht oder damit zeigen möchte. Das Bilden von Vorstellungen ist ein individueller konstruktiver Akt, so dass grundsätzlich nie sicher ist, ob verschiedene Personen dasselbe sehen.



ein Hut?



oder eine Riesenschlange

*Antoine de Saint Exupéry: Le petit Prince.*

Aufgabenstellungen zur **Beurteilung des Vorstellungsvermögens** finden sich im Beitrag "Lernzielorientierter Unterricht" unter [www.faechnet.ch](http://www.faechnet.ch)

## Beispiele in den Lehrmitteln:

### Zahlenbuch 1

S. 2-3 / 14-15	Strukturierte Zahlenvorstellung mit Punktmustern
S. 16-17	Strukturierte Vorstellung vom Zwanzigerraum mit Fünfergliederung
S. 28	Grössenvorstellung (Geldwert)
S. 36, S. 48	Operationsvorstellung (Addition, Subtraktion)
S. 56-57	Vorstellung von Figuren und Formen und ihren Veränderungen
S. 60	Vorstellung von der Gesamtstruktur des Einspluseins

### Zahlenbuch 3

S. 4, 10	Vorstellung von multiplikativen Strukturen
S. 13	Vorstellung von Einheitsflächen
S. 16	Grössenvorstellungen
S. 20-24	Vorstellung vom Tausenderraum
S. 28	Vorstellung vom Zehnersystem (Stellentafel)
S. 36-37, 40- 41	Operationsvorstellungen im Tausenderraum
S. 47	räumliches Vorstellungsvermögen

### Zahlenbuch 5

S. 8-11	Grössenvorstellungen
S. 14-15	Vorstellung von geometrischen Formen und ihren Veränderungen
S. 18-19	Vorstellungen vom Begriff "Durchschnitt"
S. 32-35	Vorstellungen von "Proportionalität"
S. 36- 43	Bruchvorstellungen
S. 64 - 65	Vorstellungen von Gleichungen mit Unbekannten

### Mathbu.ch 7

S. 2-3	Grössenvorstellungen
S. 4-5	Funktionsvorstellungen (Graphen)
S. 10-11	Vorstellung von grossen Zahlen
S. 16-17	Vorstellung von geometrischen Formen und ihrer Konstruktion
S. 20-21	Geometrische Vorstellung von mathematischen Gesetzmässigkeiten
S. 24-29	Raumvorstellung
S. 30-31	Vorstellungen von Gleichungen mit Unbekannten